



ce
pre
UNI

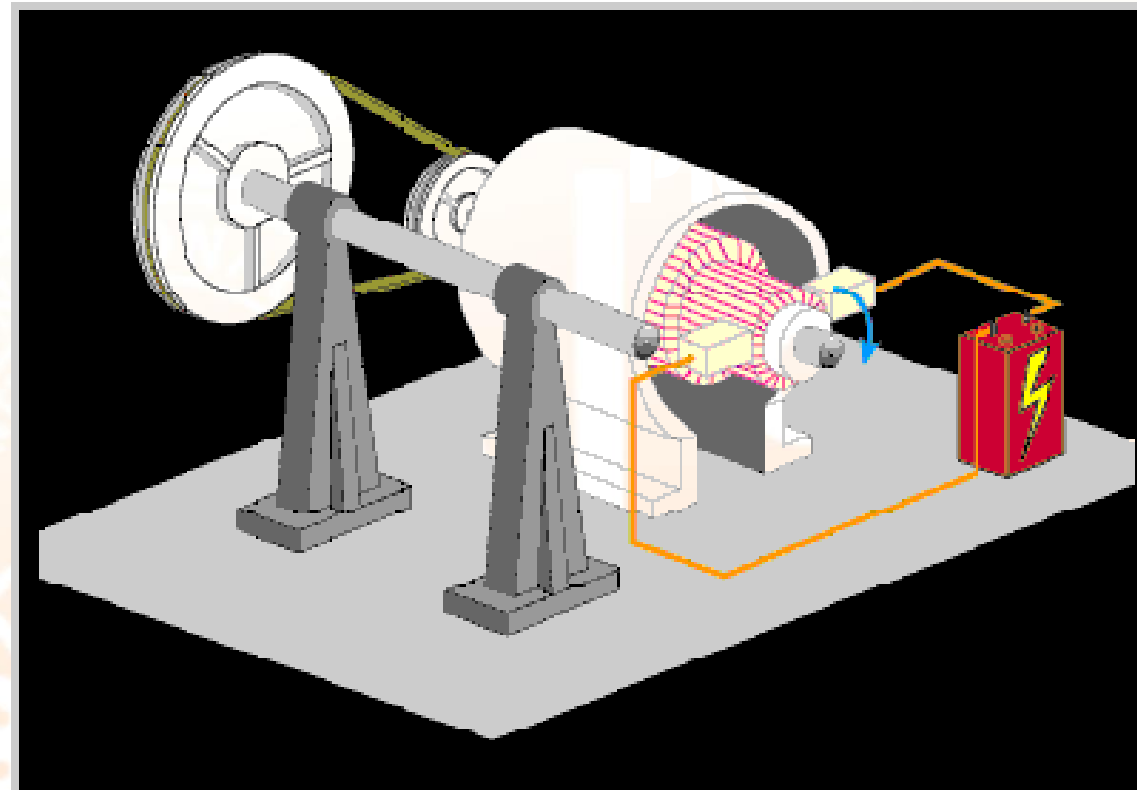
**CICLO
PRE 2024 - I**

Trigonometría

**APLICACIONES DE LA LONGITUD DE UN ARCO
CIRCUNFERENCIA: RUEDAS, DISCOS,
ENGRANAJES Y POLEAS.**

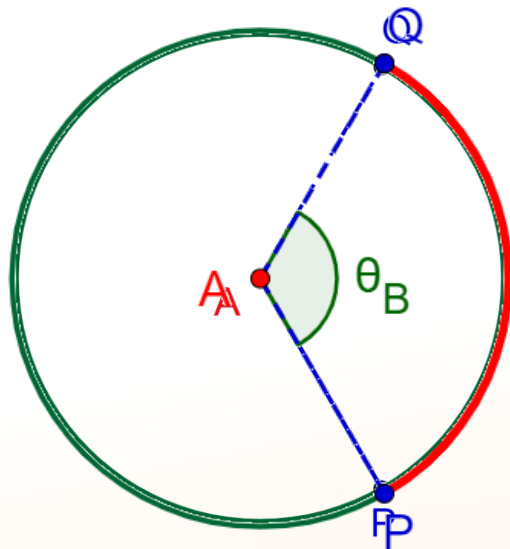


INTRODUCCIÓN



NÚMERO DE VUELTAS (n_v)

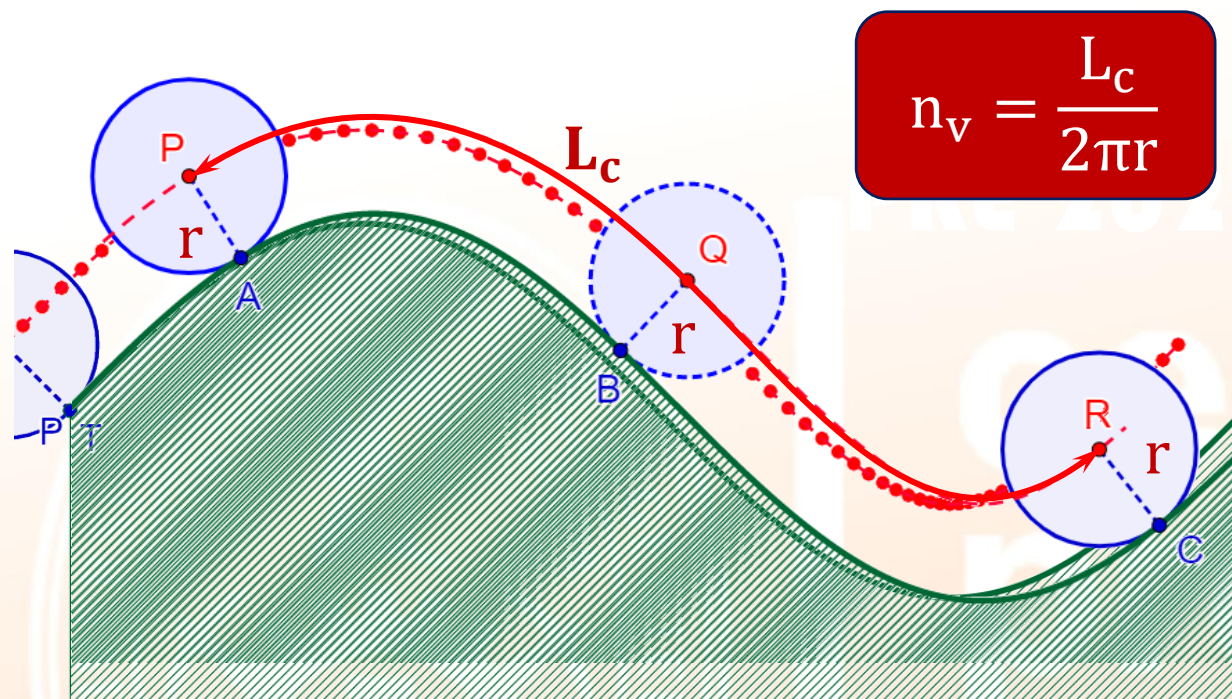
Para un objeto que solo rota:



$$n_v = \frac{\theta_B}{2\pi}$$

- θ_B : Medida radial del ángulo barrido.

Para una rueda que rota y se traslada sin resbalar:

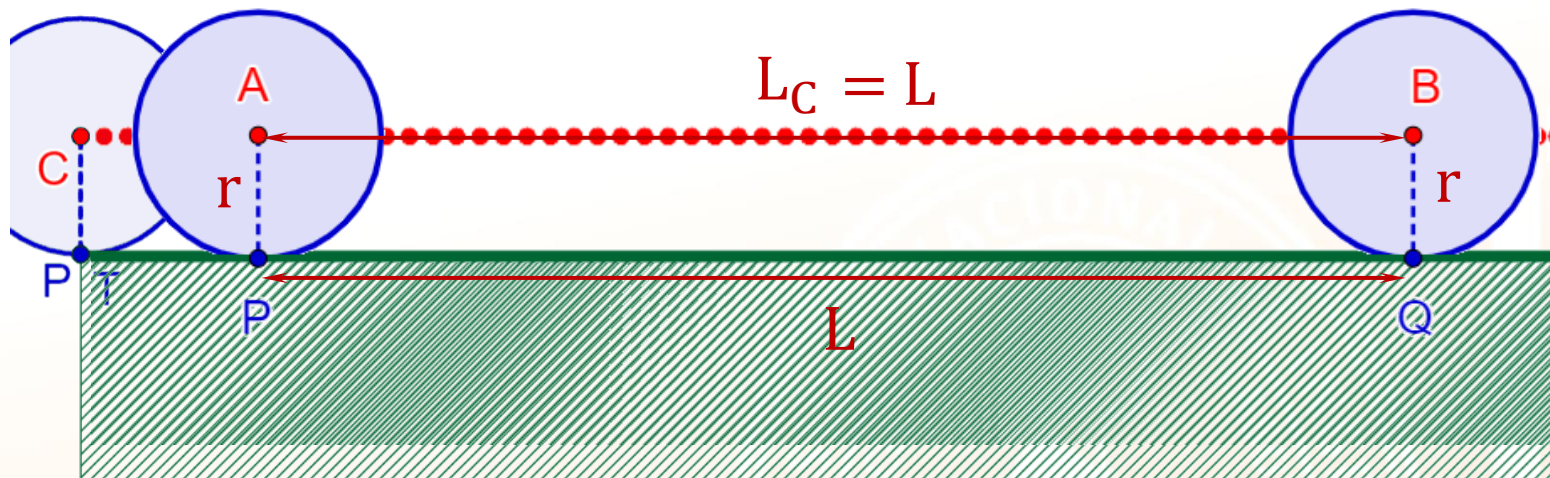


$$n_v = \frac{L_c}{2\pi r}$$

- n_v : Número de vueltas que da la rueda al desplazarse desde A a C.
- L_c : Longitud recorrida por el centro de la rueda.
- r : Longitud del radio de la rueda.

Casos particulares

Rueda en superficie plana



$$n_v = \frac{L}{2\pi r}$$

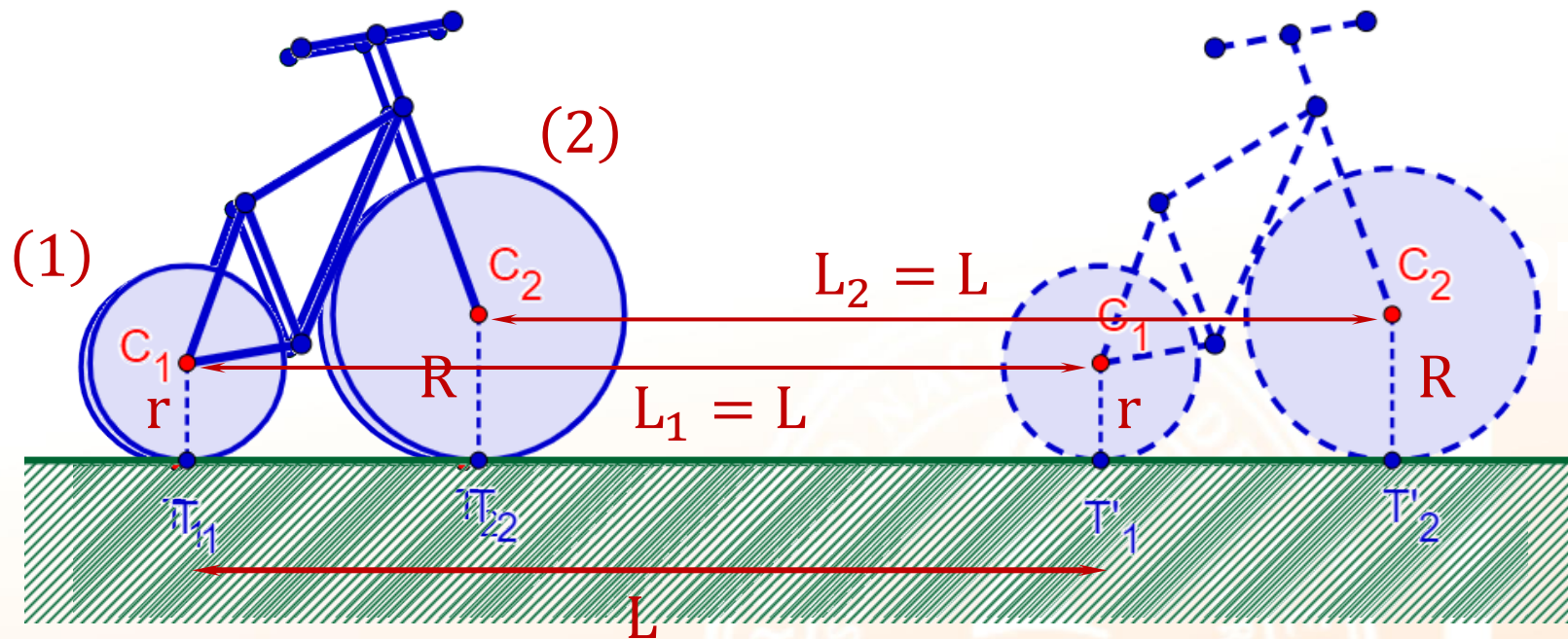
$$n_v = \frac{\theta_B}{2\pi}$$

(1) $L = 2\pi r \cdot n_v$

(2) Igualamos: $\frac{L}{2\pi r} = \frac{\theta_B}{2\pi}$

$$\therefore L = \theta_B r$$

Para un vehículo



$$n_1 = \frac{L}{2\pi r}$$

$$n_2 = \frac{L}{2\pi R}$$

$$L = \cancel{2\pi r} \cdot n_1 = \cancel{2\pi R} \cdot n_2$$

$$\Rightarrow n_1 r = n_2 R$$

Además: $\frac{n_1}{n_2} = \frac{R}{r} \dots (\alpha)$

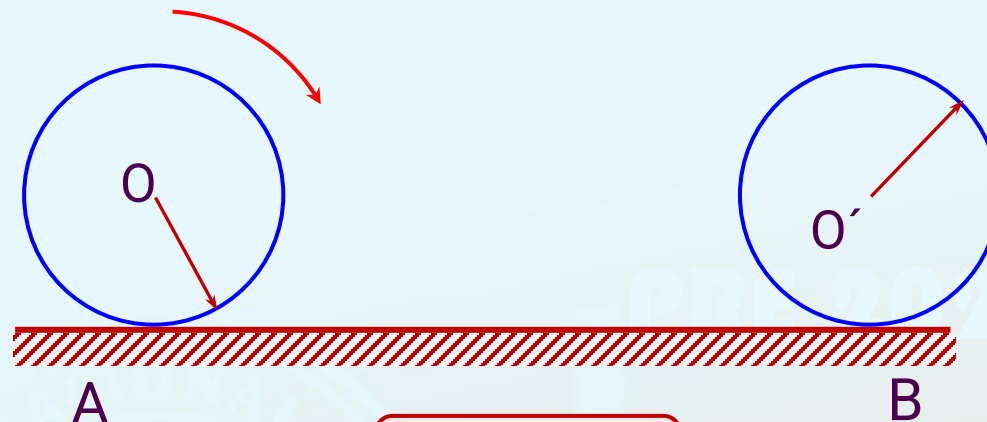
Pero: $R > r \Rightarrow \frac{R}{r} > 1 \dots (\beta)$

(α) en (β) : $\frac{n_1}{n_2} > 1$

$$\therefore n_1 > n_2$$

PROBLEMA 01

Una rueda recorre 32π cm sobre una pista plana realizando 8 vueltas en ir desde A hasta B. Calcule el radio de la rueda (en cm). Considere que O y O' son centros.

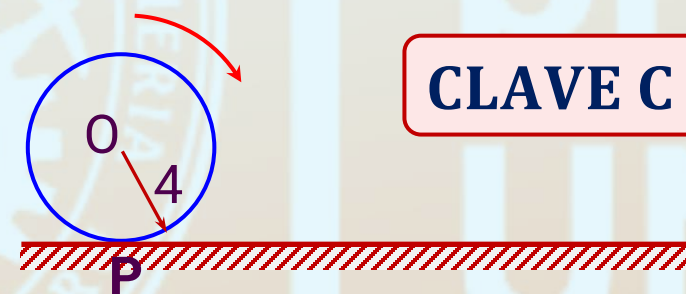


- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

CLAVE B

PROBLEMA 02

En la figura mostrada, luego de que la rueda gira $\frac{2}{3}$ de una vuelta. Calcule la altura del punto P.



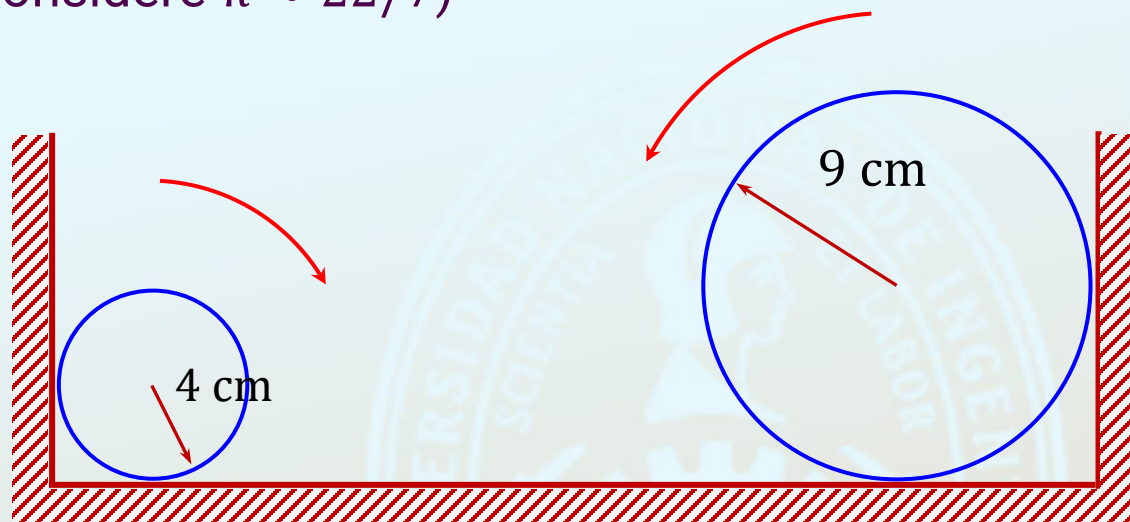
CLAVE C

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

PROBLEMA 03

En la figura mostrada, las ruedas se desplazan una hacia la otra y al momento de chocar la menor dio 10 vueltas y la mayor 1 vuelta. ¿Qué distancia (en cm) están separadas las paredes verticales? (Considere $\pi \approx 22/7$)

- A) 224
- B) 308
- C) 315
- D) 319
- E) 333



CLAVE E

PROBLEMA 04 (EXAMEN DE ADMISIÓN UNI 2002 –I)

Los radios de las ruedas de una bicicleta son entre sí como 4 es a 10, cuando la menor barre un ángulo de 1840π radianes. Calcule el número de vueltas que da la rueda mayor.

A) 286

B) 368

C) 184

D) 390

E) 736

CLAVE B**PROBLEMA 05 (EXAMEN DE ADMISIÓN UNI 2008 – II)**

Una rueda de radio a metros da 10 vueltas al recorrer un tramo de longitud L metros y otra rueda de radio $(a^2 + 62a - 3)$ metros gira 60° para recorrer el mismo tramo. Calcule el valor de $a^2 + 2a$.

A) 3

B) 8

C) 15

D) 24

E) 35

CLAVE A

PROBLEMA 06

Dos ruedas cuyos radios miden 15 cm y 3 cm recorren distancias iguales sobre una superficie plana en línea recta. Calcule la longitud del radio (en cm) de una tercera rueda de modo que recorra el doble de la distancia de las anteriores, y que su número de vueltas sea cinco veces la diferencia de las otras dos.

A) $\frac{2}{3}$

B) 1

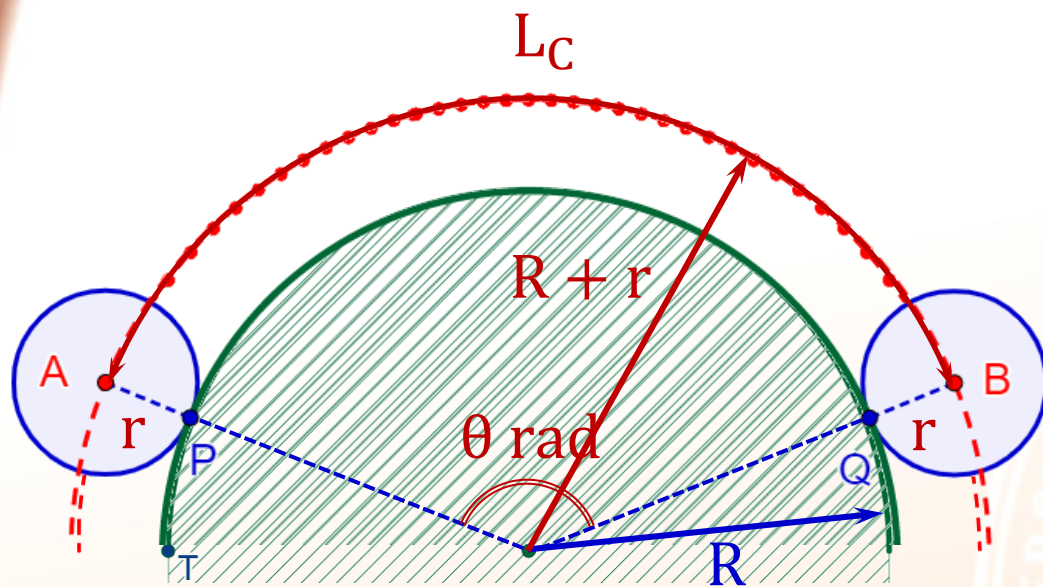
C) $\frac{3}{2}$

D) $\frac{5}{3}$

E) $\frac{3}{5}$

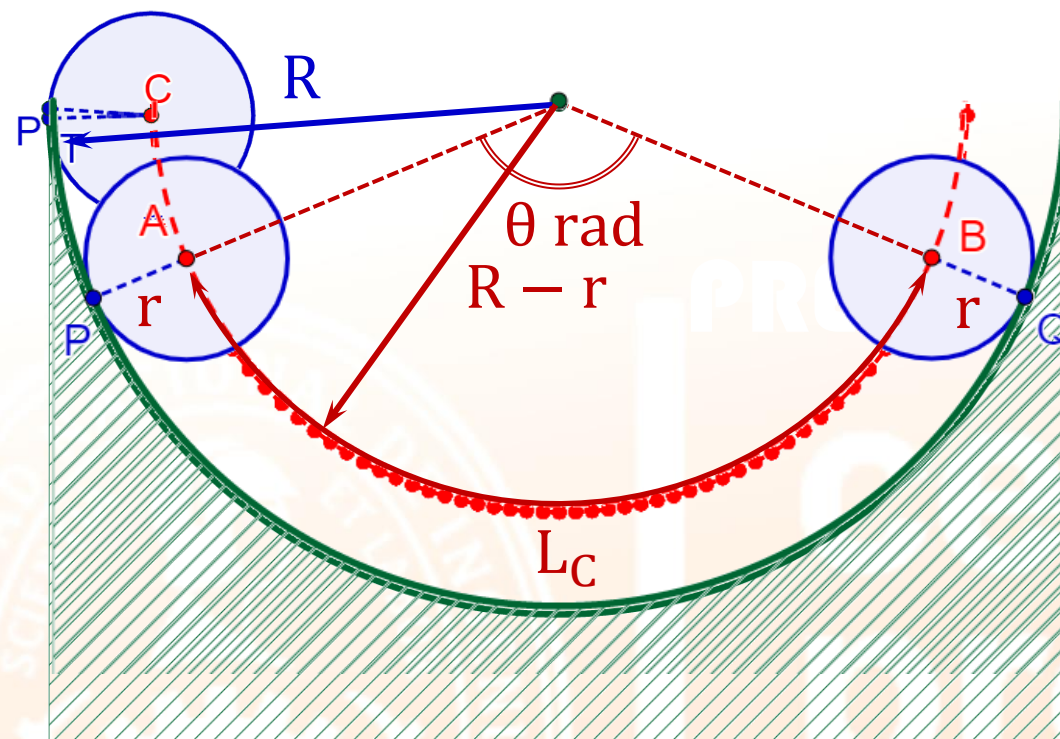
CLAVE C

Superficie circular



Nota: $L_C > L_{PQ}$

$$n_v = \frac{\theta(R + r)}{2\pi r}$$



Nota: $L_C < L_{PQ}$

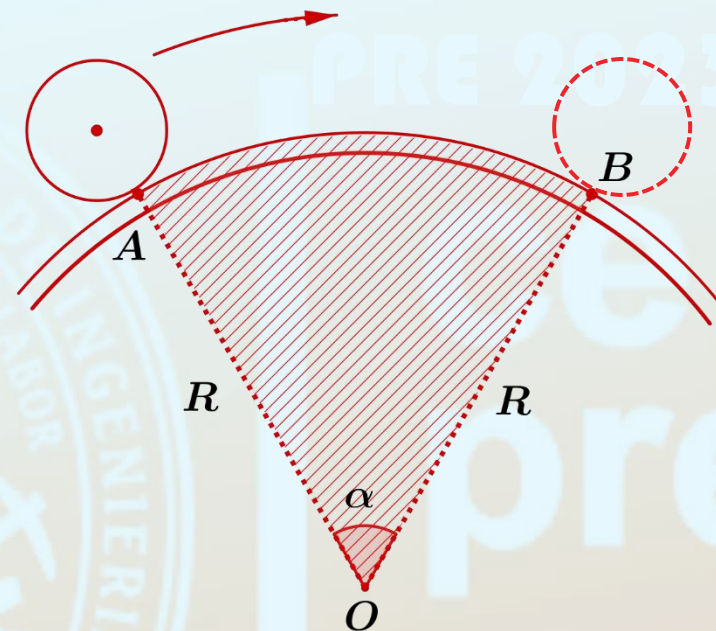
$$n_v = \frac{\theta(R - r)}{2\pi r}$$

PROBLEMA 07

En el grafico mostrado, se tiene $\alpha = \pi/3$ rad. Se sabe que una rueda de **2 cm** de radio da **7/3** vueltas para rodar sobre el arco $\widehat{AB}$. Calcule el área (en cm^2) del sector circular AOB.

- A) 217,82 B) 300,85 C) 353,95
D) 739,0 E) 940,6

CLAVE C

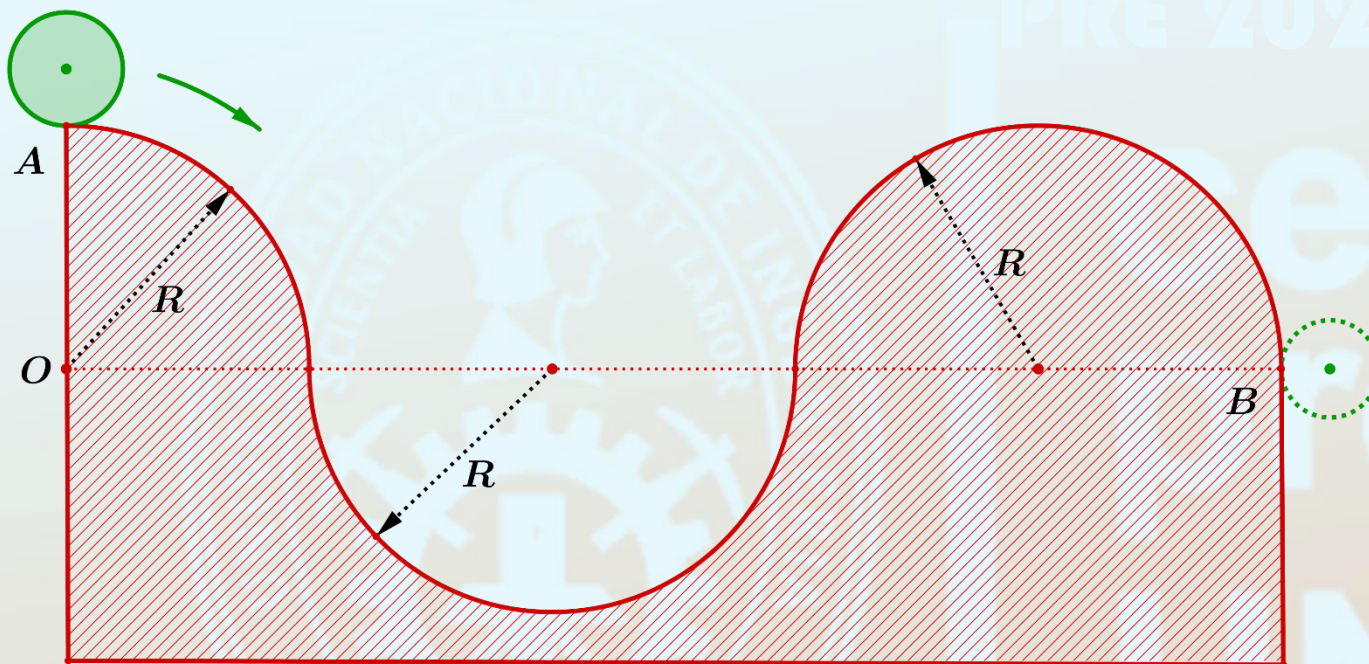


PROBLEMA 08

La rueda de 1 m de radio se desplaza desde A hacia B dando 12 vueltas. Calcule la longitud OB (en m).

- A) 46 B) 47
C) 48
D) 49 E) 50

CLAVE B

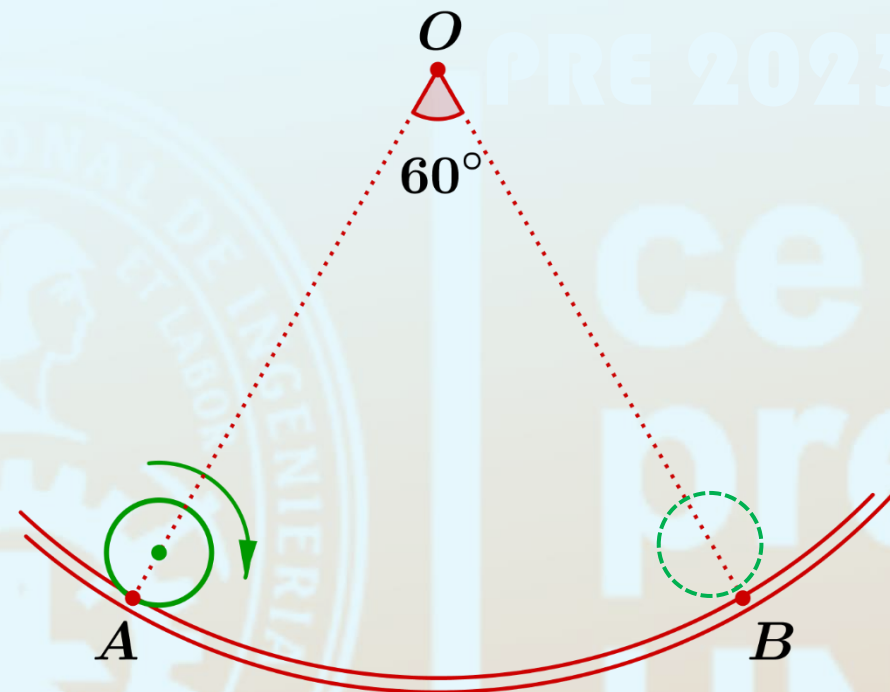


PROBLEMA 09 (EXAMEN DE ADMISIÓN UNI 2014 – II)

Calcule el número de vueltas que da una rueda de radio $r = 0,5$ cm; al rodar (sin resbalar) en un arco circular AB de radio $R = 6$ cm y un ángulo central que mide 60° (Ver figura).

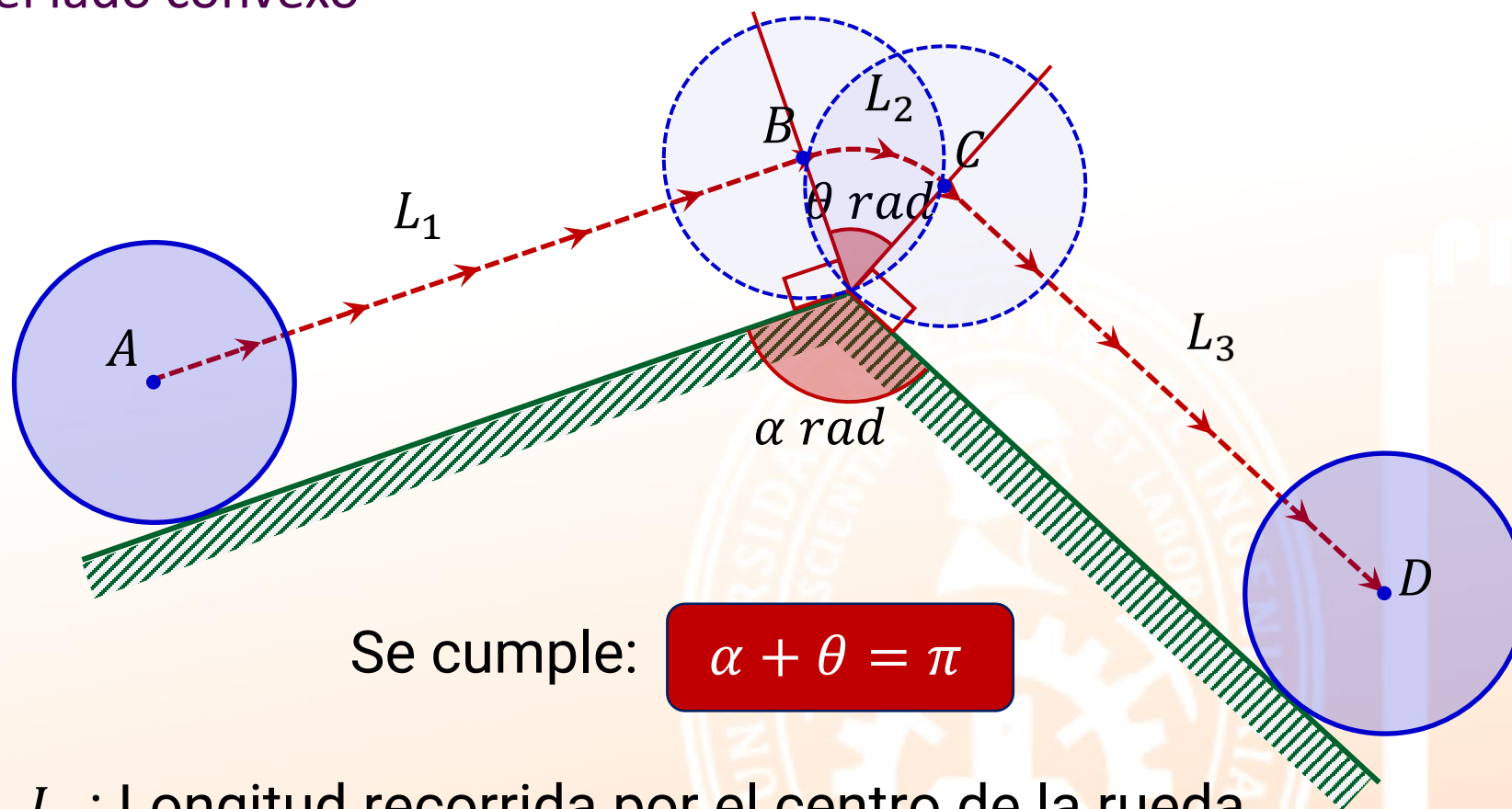
- A) 1,5 B) 1,65 C) 1,72
D) 1,83 E) 1,92

CLAVE D



En la esquina

Por el lado convexo



Se cumple:

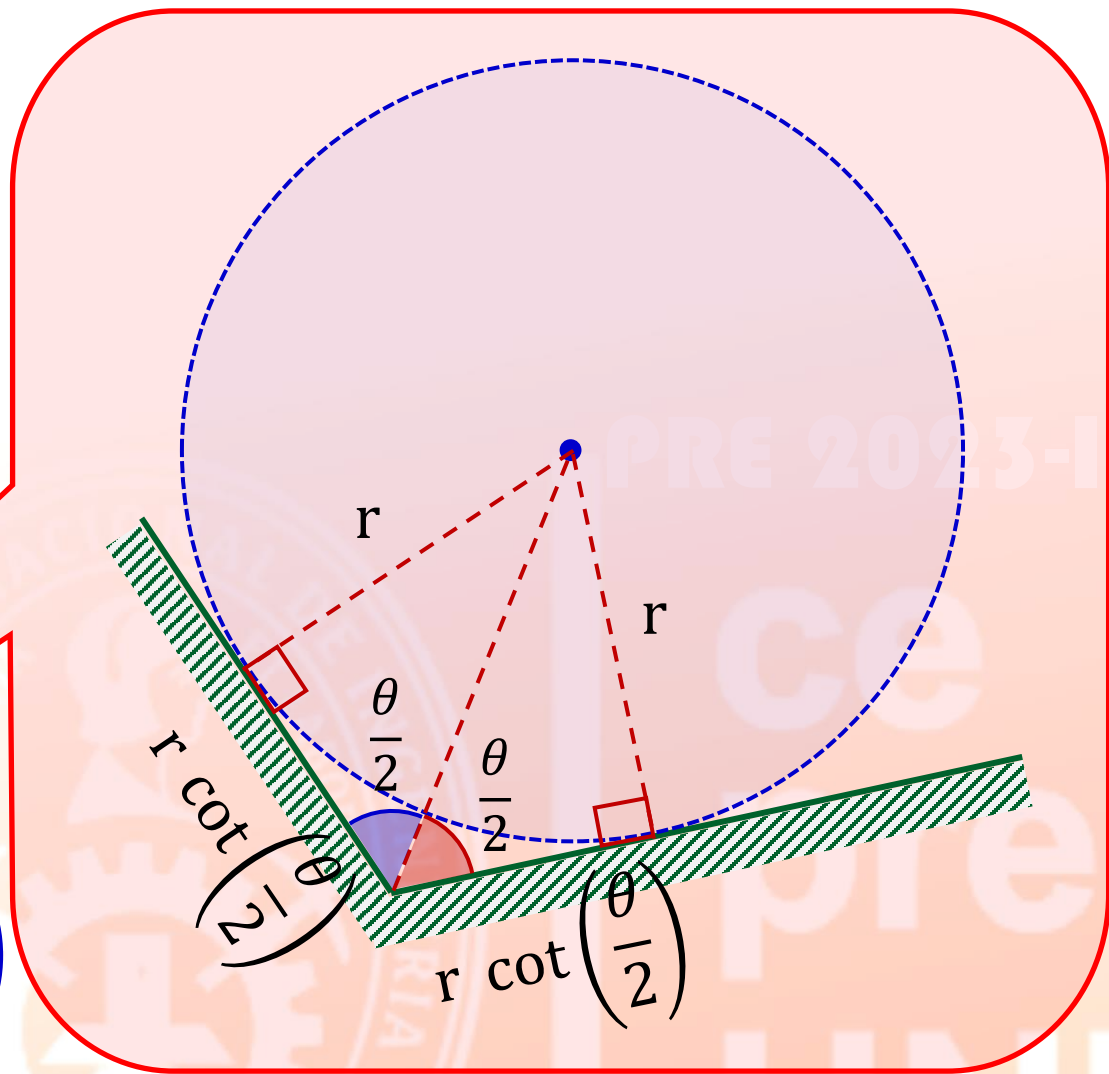
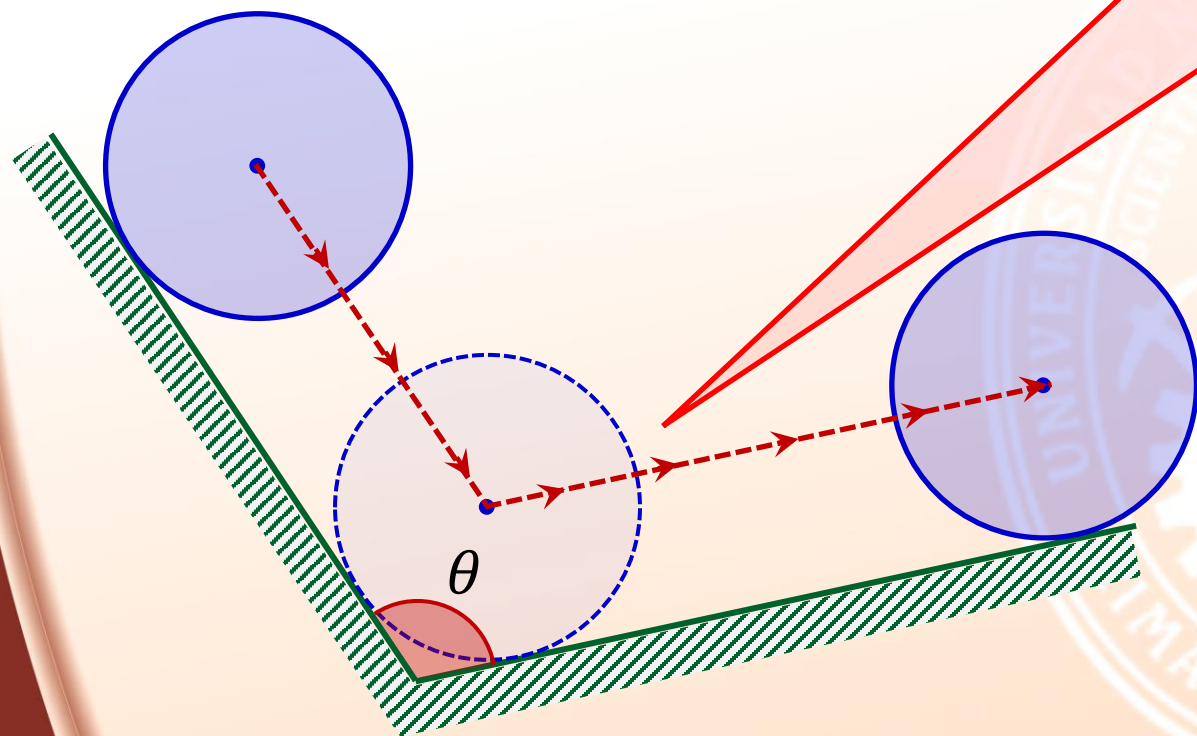
$$\alpha + \theta = \pi$$

L_C : Longitud recorrida por el centro de la rueda

$$\Rightarrow L_C = L_1 + L_2 + L_3$$

En la esquina

Por el lado cóncavo

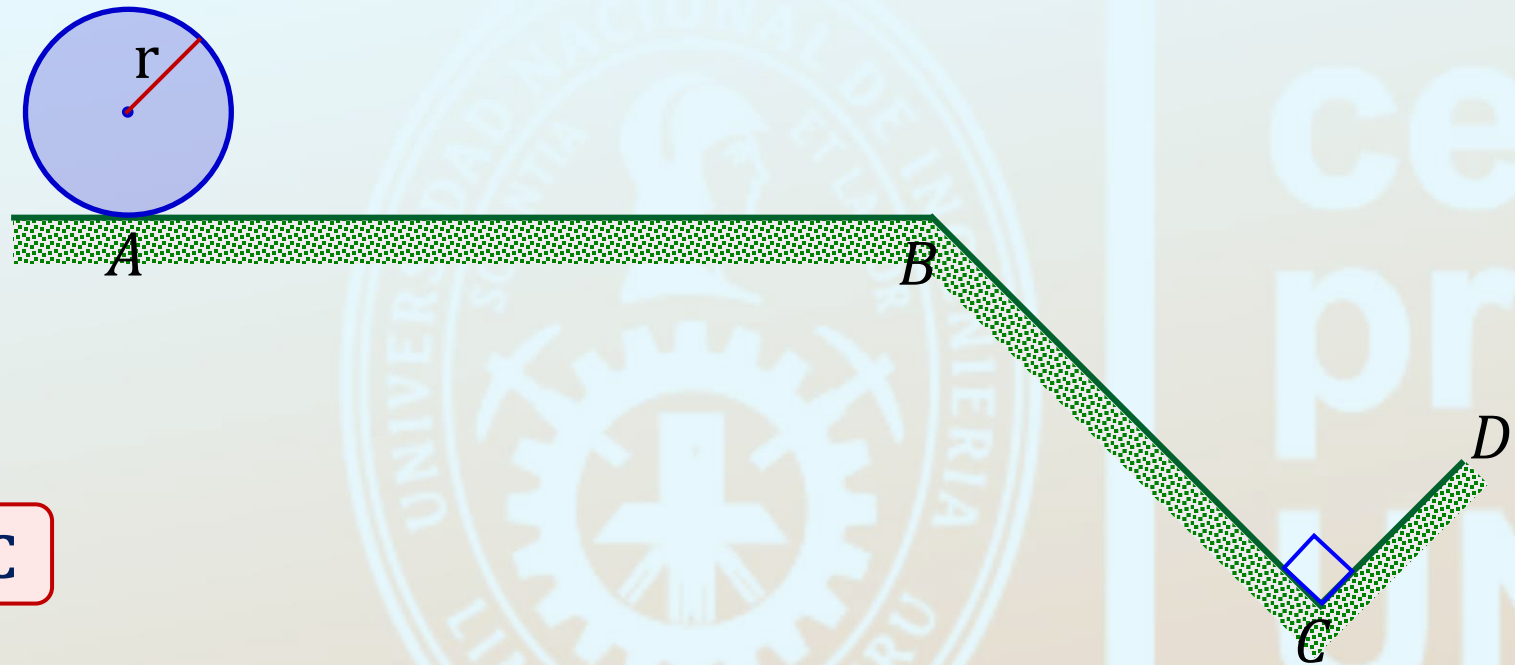


PROBLEMA 10

En la figura, $AB = 8\pi u$, $BC = 5\pi u$, $m\angle ABC = 135^\circ$. Si $r = 4u$, calcule el número de vueltas aproximadamente que da la rueda al seguir el recorrido, sin resbalar de A hasta chocar con el muro $\overline{CD}$.

- A) 1,2
- B) 1,4
- C) 1,6
- D) 2,2
- E) 2,4

CLAVE C



PROBLEMA 11

En la figura se muestra un elemento circular de radio b u dentro de un recinto cuadrado. Si el elemento circular rueda por sobre las paredes del recinto cuadrado y da 20 vueltas para hacer un recorrido completo, calcule la longitud del lado del cuadrado (en u).

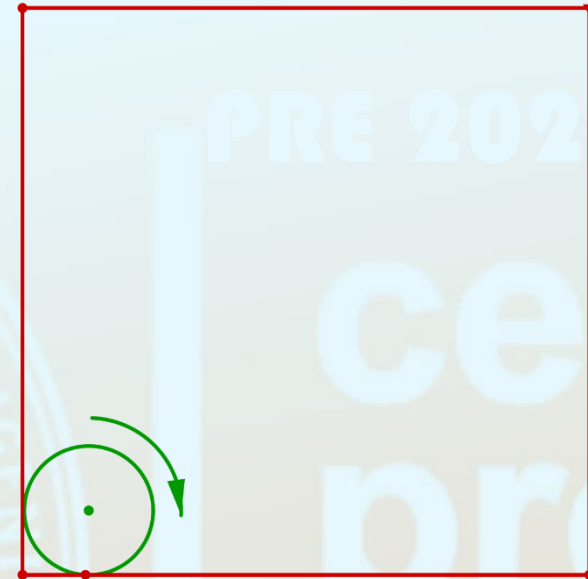
A) $8\pi b$

B) $10\pi b$

C) $(10\pi + 1)b$

D) $(10\pi + 2)b$

E) $12\pi b$

CLAVE D


PROBLEMA 12

En la figura mostrada, si $L = \pi r$.
Calcule el número de vueltas que da la
rueda cuando recorre por primera vez
todo el perímetro del gráfico
sombreado.

A) 2

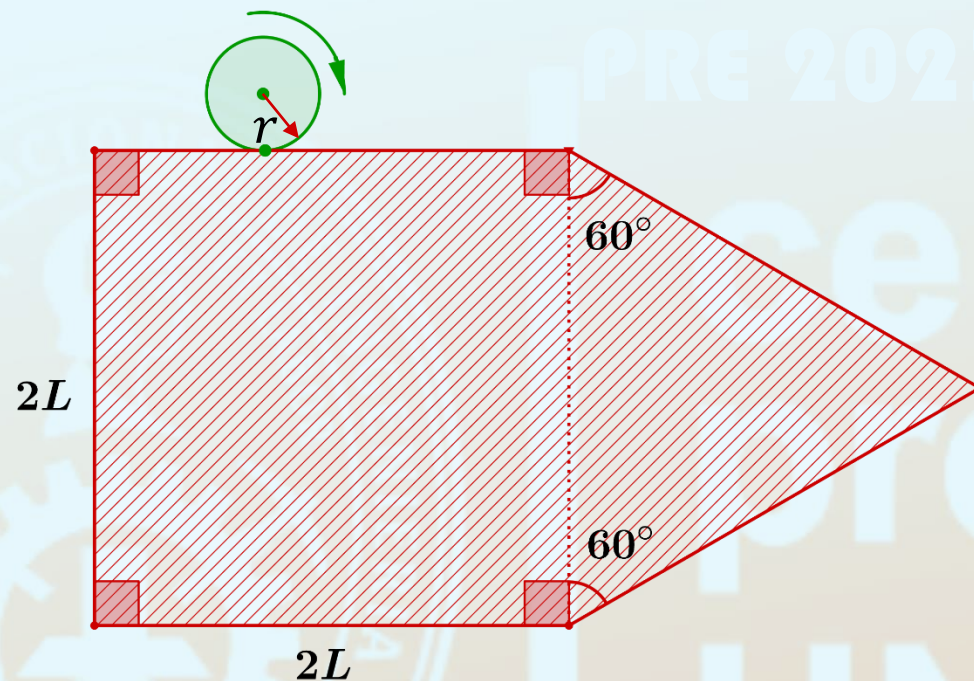
B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

CLAVE D

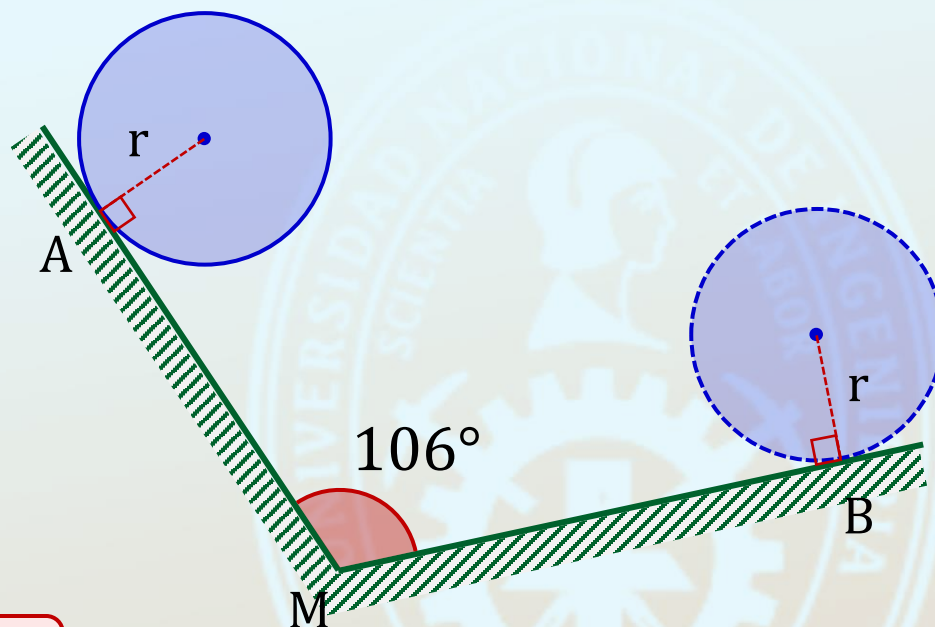


PROBLEMA 13

En la figura mostrada se cumple $r = 4u$, $AM = 14u$, $MB = 18u$. Calcule, aproximadamente, el número de vueltas que da la rueda de la figura al ir desde A hasta B.

- A) 5
- B) 4
- C) 3
- D) 2
- E) 1

CLAVE E



PROPIEDAD:

$$L_1 = (\pi - \alpha)r$$

$$L_2 = (\pi - \beta)r$$

$$L_3 = (\pi - \theta)r$$

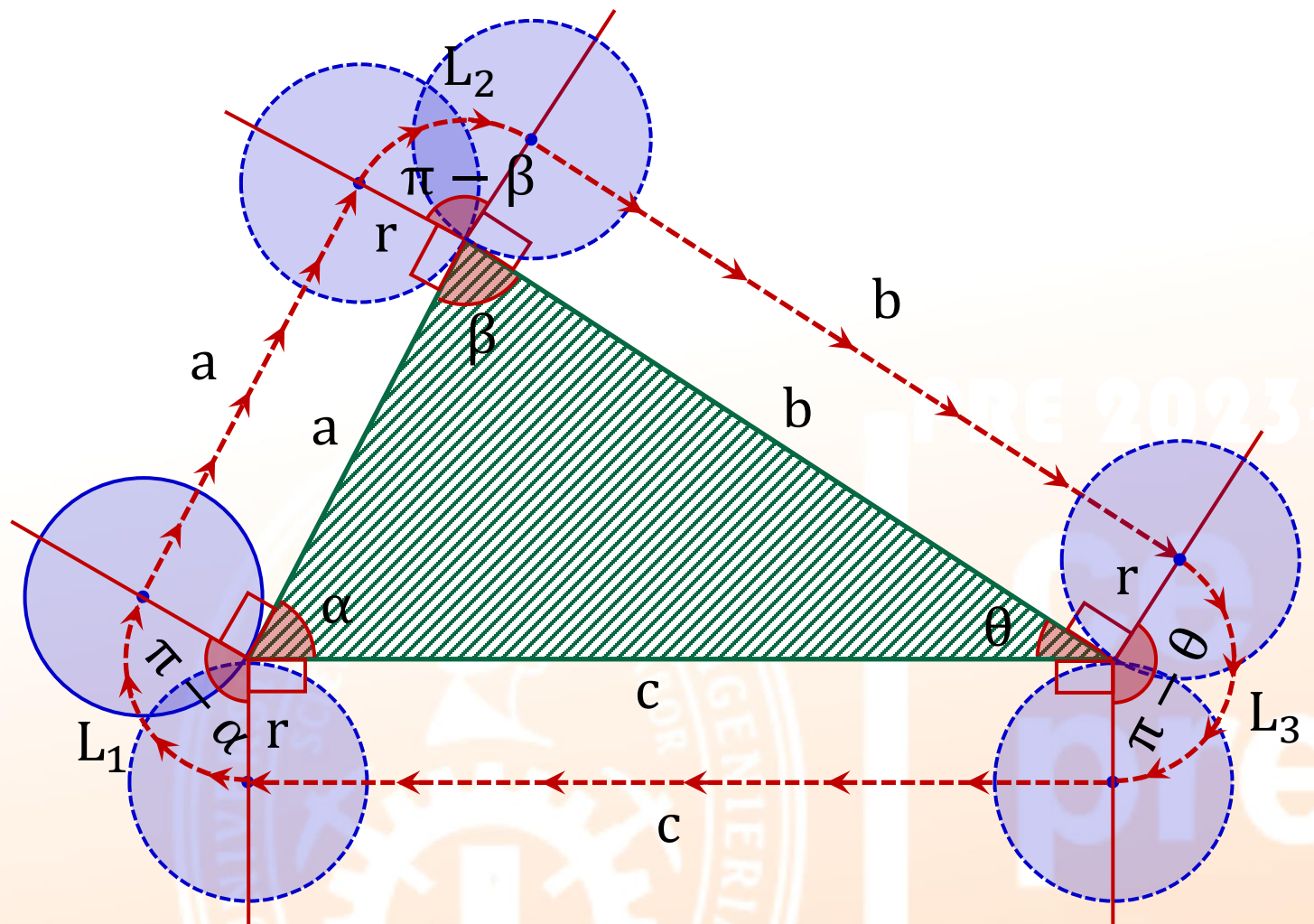
$$\Rightarrow L_1 + L_2 + L_3 =$$

$$(3\pi - \underbrace{\alpha + \beta + \theta}_{-\pi})r$$

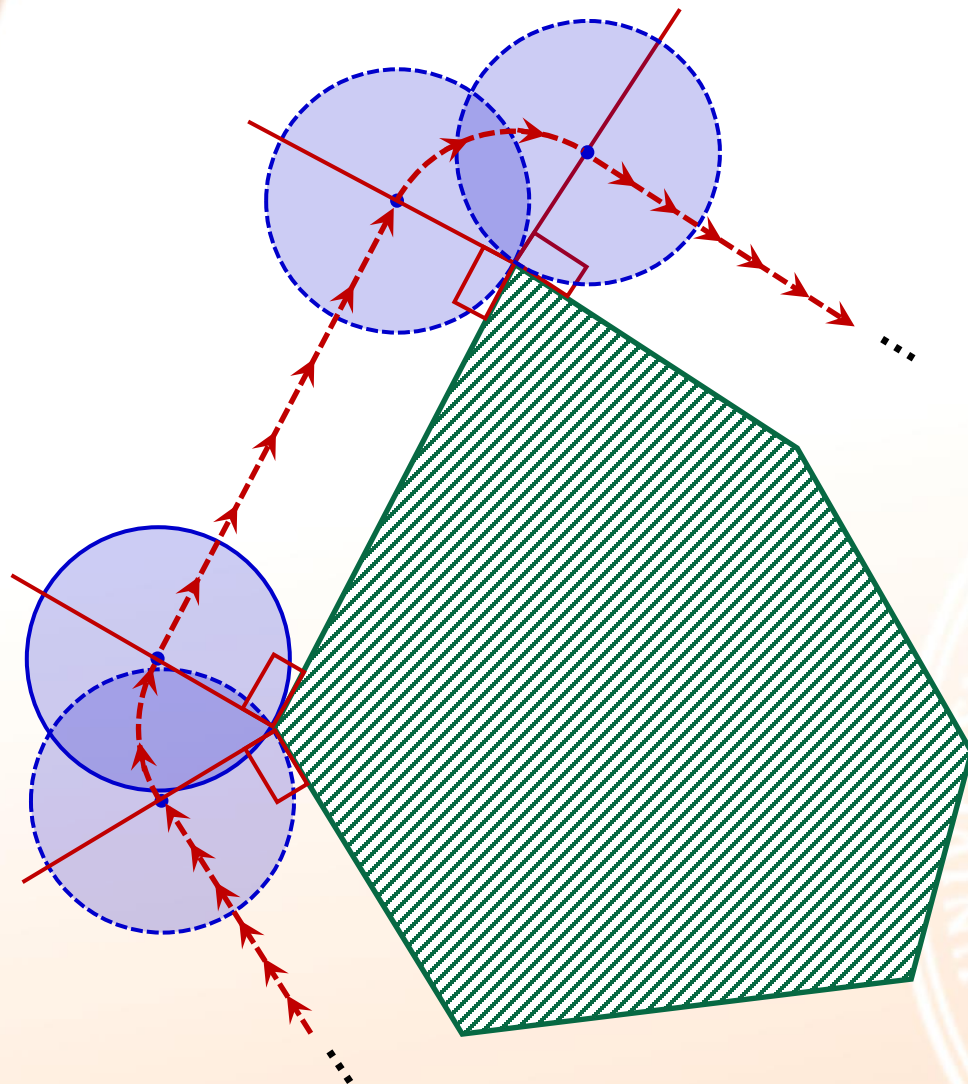
$$\Rightarrow L_1 + L_2 + L_3 = 2\pi r$$

$$\frac{L_c}{2\pi r} = \frac{a + b + c + L_1 + L_2 + L_3}{2\pi r} = \frac{2p_{ABC} + 2\pi r}{2\pi r}$$

$$\therefore n_v = \frac{2p_{ABC}}{2\pi r} + 1$$



EN GENERAL:



En todo polígono convexo de n lados, el número de vueltas que emplea una rueda de radio r , para realizar un recorrido completo por la parte externa del polígono, rodando sin resbalar, se calcula mediante:

$$\therefore n_v = \frac{2p_{\text{polígono}}}{2\pi r} + 1$$

PROBLEMA 14

El triángulo ABC es equilátero de lado 10 u y la rueda tiene radio 1 u; calcule el número de vueltas que realiza dicha rueda al recorrer el perímetro de la región por primera vez, si parte del punto P.
($\pi \approx 22/7$).

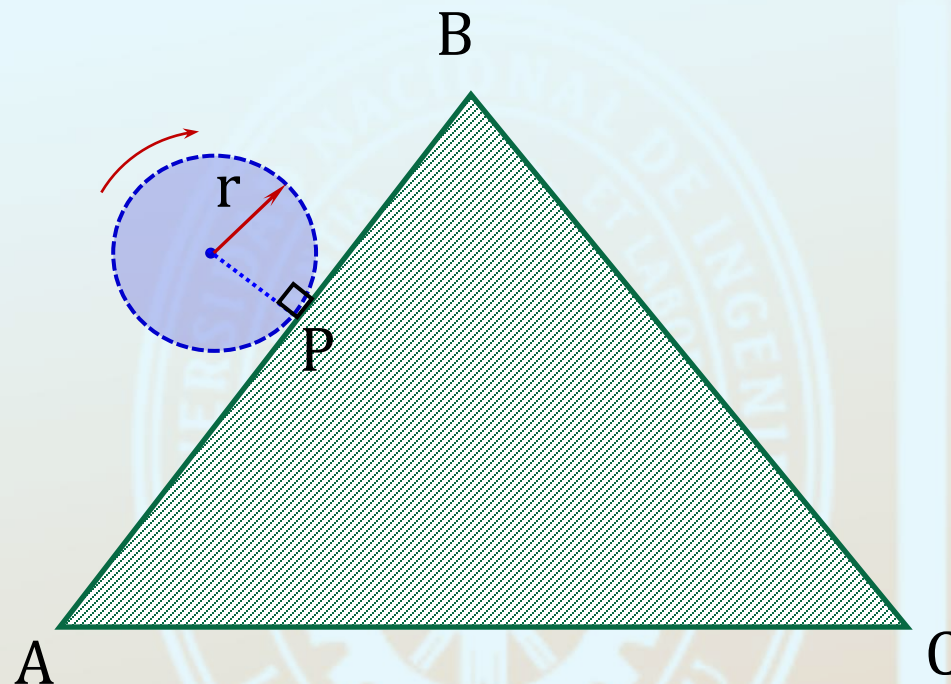
A) 3,7

B) 4,8

C) 5,8

D) 6,8

E) 7,8

CLAVE C


PROBLEMA 15

Sea AOB un sector circular, $OA = 8$ cm. Calcule el número de vueltas que da la rueda cuyo radio mide 1 cm si hace el recorrido desde O hasta B tal como muestra la figura.

A) 2,02

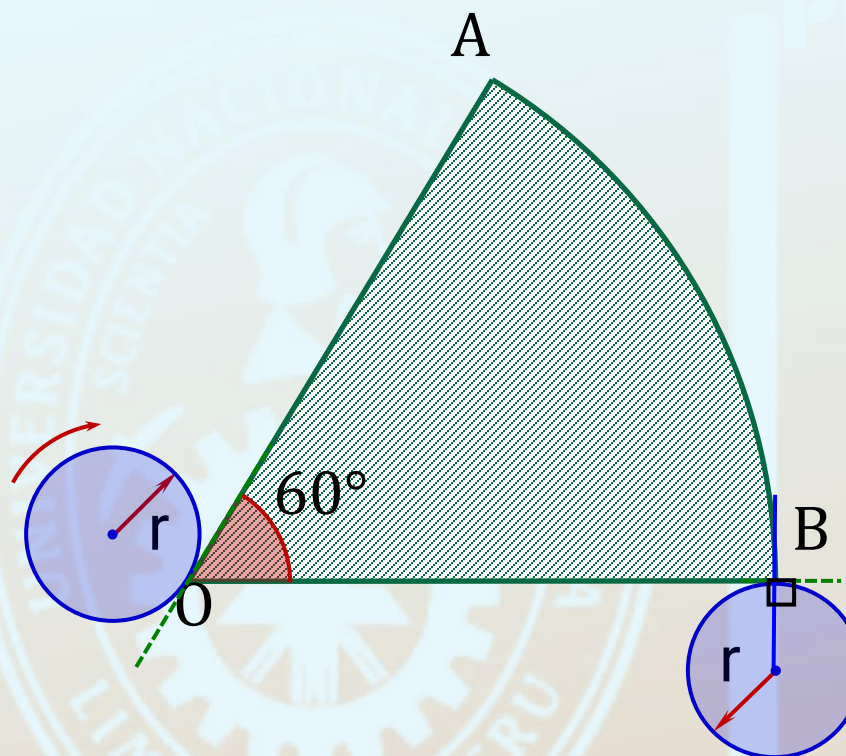
B) 2,13

C) 3,02

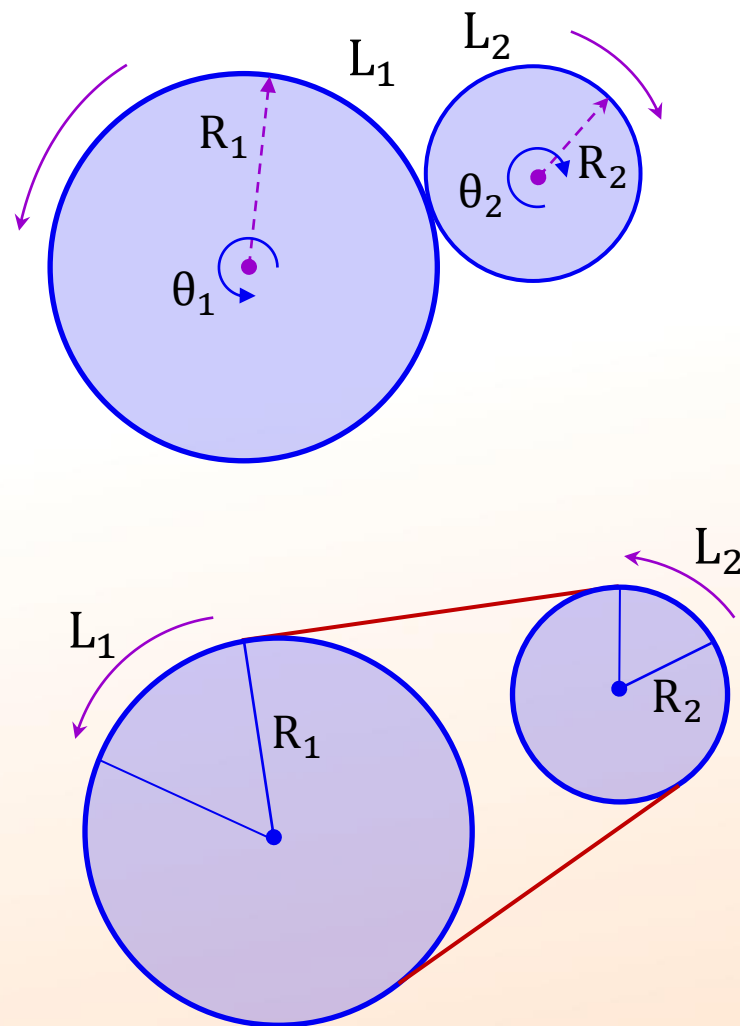
D) 3,12

E) 3,27

CLAVE E



DISCOS O POLEAS EN CONTACTO UNIDOS POR UNA FAJA O CADENA



$$L_1 = L_2$$

$$\Rightarrow \theta_1 R_1 = \theta_2 R_2$$

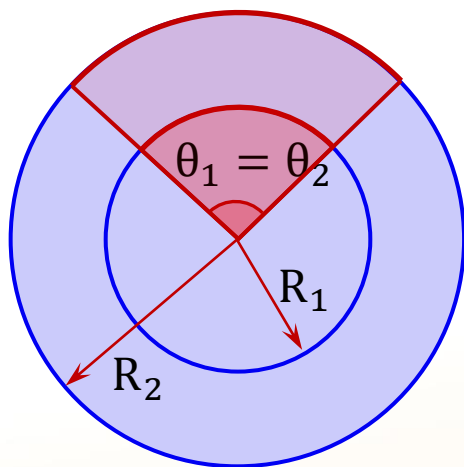
$$\frac{\theta_1}{2\pi} R_1 = \frac{\theta_2}{2\pi} R_2$$

$$\Rightarrow n_1 R_1 = n_2 R_2$$

$$\frac{\theta_1}{t} R_1 = \frac{\theta_2}{t} R_2$$

$$\Rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

POLEAS O DISCOS CONCÉNTRICOS UNIDOS POR UN EJE CENTRAL



$$\theta_1 = \theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{\theta_1}{2\pi} = \frac{\theta_2}{2\pi}$$

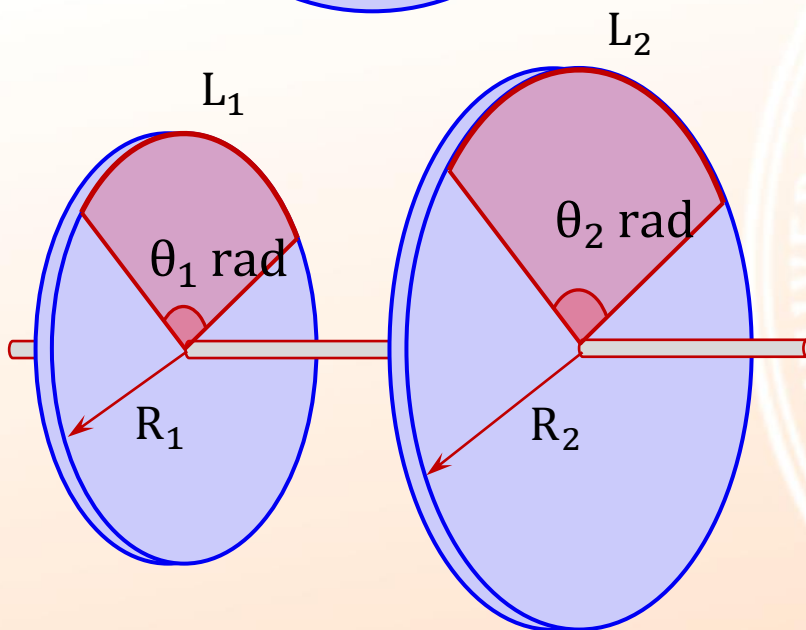
$$\Rightarrow n_1 = n_2$$

$$\Rightarrow \frac{\theta_1}{t} = \frac{\theta_2}{t}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \omega_2$$

$$\text{Además: } \theta_1 = \theta_2$$

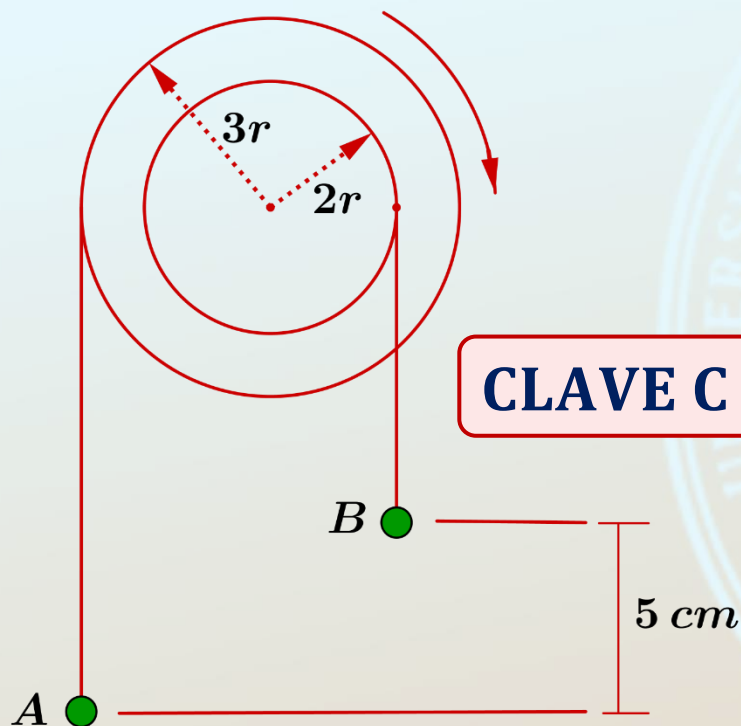
$$\Rightarrow \frac{L_1}{R_1} = \frac{L_2}{R_2}$$



PROBLEMA 16

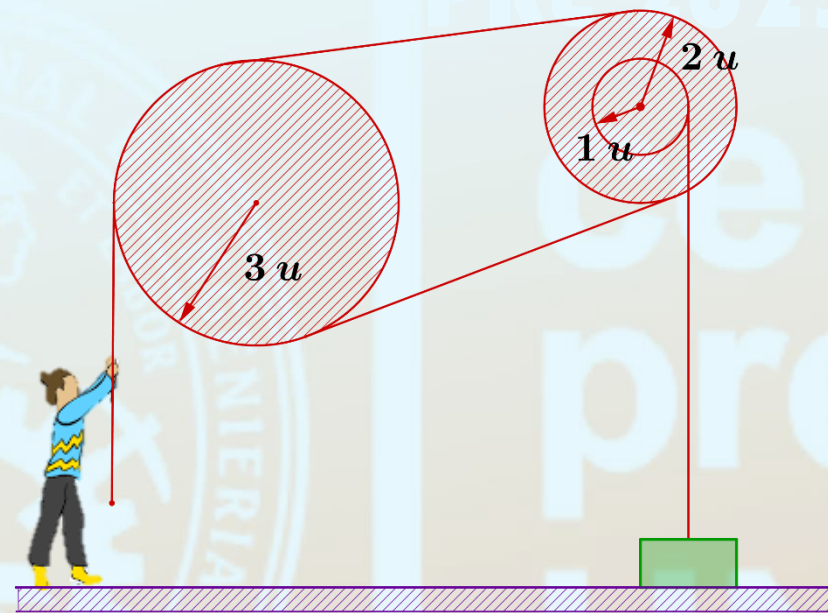
En la figura mostrada calcule el valor de r (en cm), si al girar el elemento circular pequeño $1/20$ radianes, las esferitas A y B se encuentran en el mismo nivel horizontal.

- A) 10
- B) 15
- C) 20
- D) 30
- E) 35



PROBLEMA 17

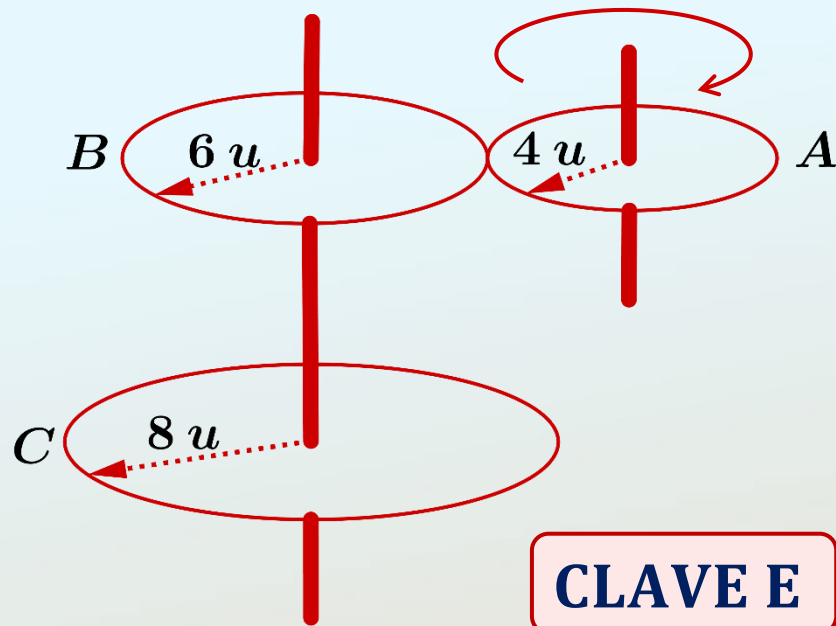
¿Cuántas vueltas debe girar la polea de radio $3u$ para que el hombre levante el bloque a una altura de $6\pi u$?



- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

PROBLEMA 18

En el gráfico mostrado, el disco **A** da 12 vueltas. Calcule el ángulo que gira el disco **C**.

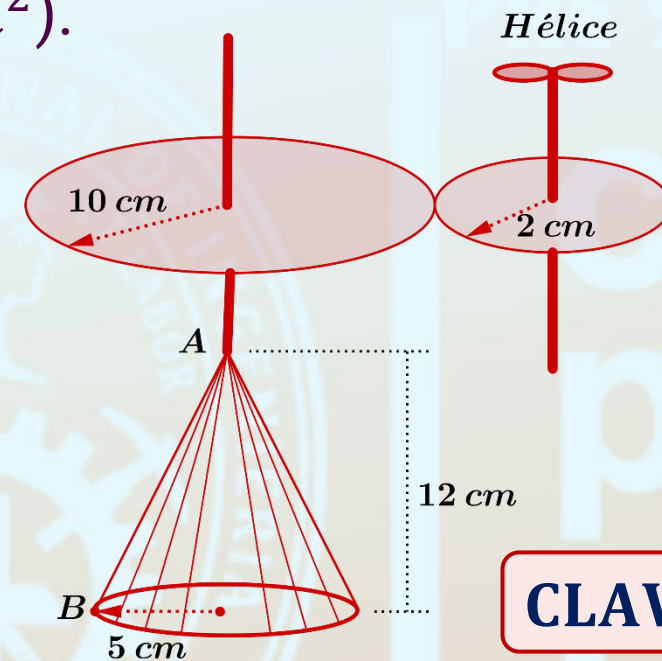


CLAVE E

- A) 9π B) 10π C) 12π
D) 15π E) 16π

PROBLEMA 19

En el sistema mostrado, luego que la hélice da 2 vueltas, calcule el área de la región barrida por la arista $\overline{AB}$ del cono mostrado (en cm^2).



CLAVE C

- A) 20π B) 23π C) 26π
D) 30π E) 36π

PROBLEMA 20 (PC1 CEPRE UNI 2017-1)

En la mecanismo mostrado, si la polea A gira $\pi/4$ rad y además los radios de las poleas son:

$$R_A = 3 \text{ cm} , \quad R_B = 5 \text{ cm} , \\ R_C = 2 \text{ cm} , \quad R_D = 2 \text{ cm} , \\ R_E = 10 \text{ cm}$$

Entonces ¿que longitud (x) se desplaza la masa M (en cm)?

A) $\pi/2$ B) π C) $5\pi/4$

D) $3\pi/2$ E) $7\pi/4$

